

Petrinetze

Benjamin Daeumlich

30.10.2006

Gliederung

- 1 Einführung
- 2 Low-Level-Netze
- 3 High-Level-Netze
- 4 Referenzen

Einführung

Geschichte

- 1962 eingeführt von Carl Adam Petri



- zuerst nur Low-Level-Netze
- aber: oft zu einfach für Spezifikationszwecke
- immer mächtigere High-Level-Netze eingeführt mit der Zeit

Was sind Petrinetze?

- Modell zur Beschreibung und Analyse von Abläufen mit
 - nebenläufigen Prozessen
 - nichtdeterministischen Vorgängen
- wichtiges Entwurfs- und Darstellungsinstrument
- auszeichnende Eigenschaften:
 - einfache Beschreibungssprache
 - Anschaulichkeit
 - Universalität
 - Simulationsfähigkeit
- Anwendungsbereiche:
 - Rechenanlagen
 - Betriebssysteme
 - Organisationsabläufe (z.B. im Handel)

Petrinetz-Typen

- Low-Level-Netze:
 - K/I-Netze
 - B/E-Netze
 - S/T-Netze
 - ...
- High-Level-Netze:
 - gefärbte Petrinetze (CPN)
 - zeitbewertete Petrinetze (TPN)
 - P/T-Netze
 - ...

Low-Level-Netze

Eigenschaften

- sind mathematisch einfach genug, dass man viele Eigenschaften automatisch überprüfen kann
- Dynamik vorhanden (außer bei K/I-Netzen)
- bei komplexeren Sachverhalten: Netze sehr groß
- dadurch:
 - Fehleranfälligkeit
 - schwierige Wartung

Kanal-Instanzen-Netze

Definition K/I-Netz

Definition

Ein Tripel $\mathbf{N} = (\mathbf{S}, \mathbf{T}, \mathbf{F})$ heißt Netz, falls gilt:

- (i) S und T sind disjunkte Mengen.
- (ii) $F \subseteq (S \times T) \cup (T \times S)$ ist eine zweistellige Relation, die Flussrelation von N.

- Grafische Darstellung:
 - S-Elemente als Kreise
 - T-Elemente als Kästchen
 - Flussrelation mit Pfeilen

Vorbereich/Nachbereich

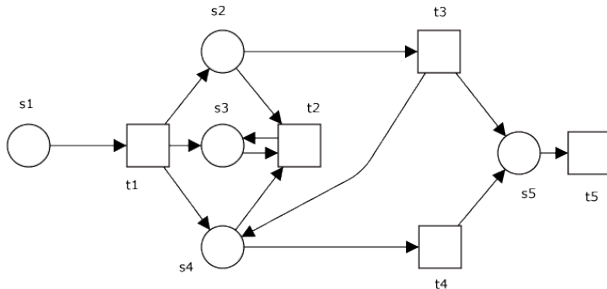
- Vorbereich:
 - alle $x \in S$ (bzw. T) die an **eingehenden** Kanten von einem $y \in T$ (bzw. S) stehen
 - mit $\bullet x$ bezeichnet
- Nachbereich:
 - alle $x \in S$ (bzw. T) die an **ausgehenden** Kanten von einem $y \in T$ (bzw. S) stehen
 - mit $x\bullet$ bezeichnet

Beispiel K/I-Netz

$$S = \{s1, s2, s3, s4, s5\}$$

$$T = \{t1, t2, t3, t4, t5\}$$

$$F = \{(s1, t1), (t1, s2), (t1, s4), (s2, t2), (s3, t2), (s4, t2), (s4, t3), (s4, t4), (t2, s3), (t3, s5), (t4, s5), (s5, t5)\}$$



Bedingungs-Ereignis-Netze

Definiton B/E-Netz

Definition

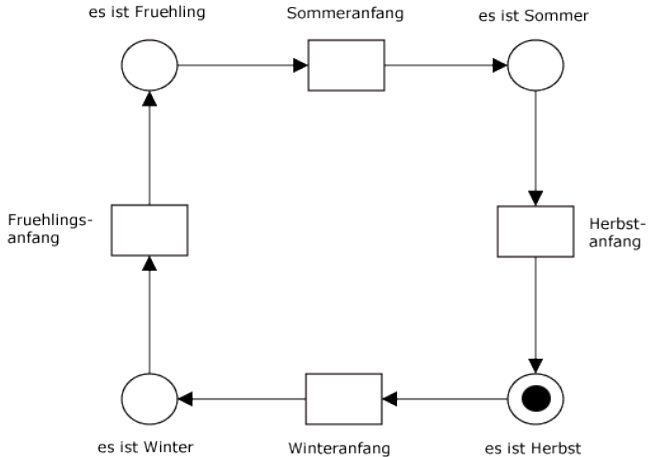
Ein Bedingungs-Ereignis-Netz ist ein 4-Tupel $\mathbf{BEN} = (B, E, F, M)$, welches die folgenden Bedingungen erfüllt:

- (i) B ist eine Menge von Bedingungen.
- (ii) E ist eine Menge von Ereignissen.
- (iii) B und E sind disjunkt.
- (iv) $F \subseteq (B \times E) \cup (E \times B)$ ist eine Menge von Kanten.
- (v) $M : [B \mapsto \{0, 1\}]$ ist eine Ausgangsmarkierung.

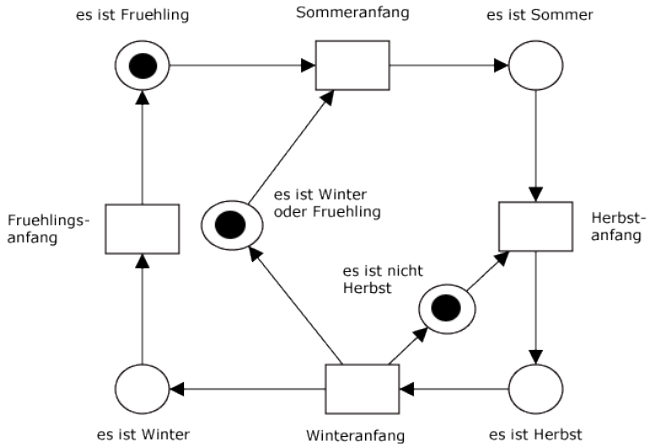
Eintritt von Ereignissen

- Markierung: Menge der markierten Bedingungen
- aktiviertes Ereignis e : Vorbereich von e markiert, Nachbereich nicht markiert
- Ereignis kann nur eintreten, wenn keine Nachbedingung erfüllt ist, sonst Mehrdeutigkeiten bei Übergängen
- wenn e aktiviert und e eintritt:
 - Marken aus dem Vorbereich werden entfernt
 - Marken im Nachbereich werden gesetzt

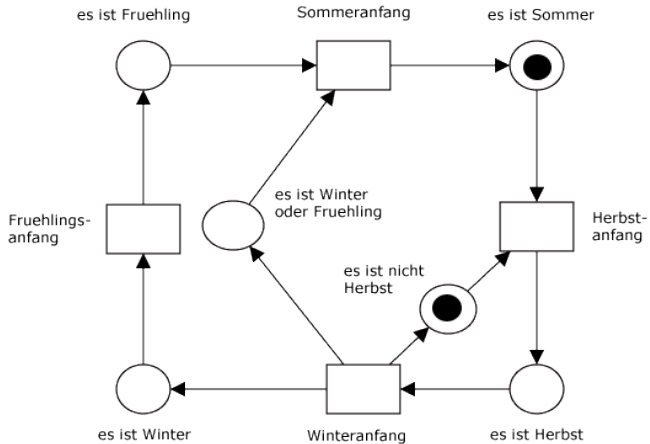
Einfaches Beispiel



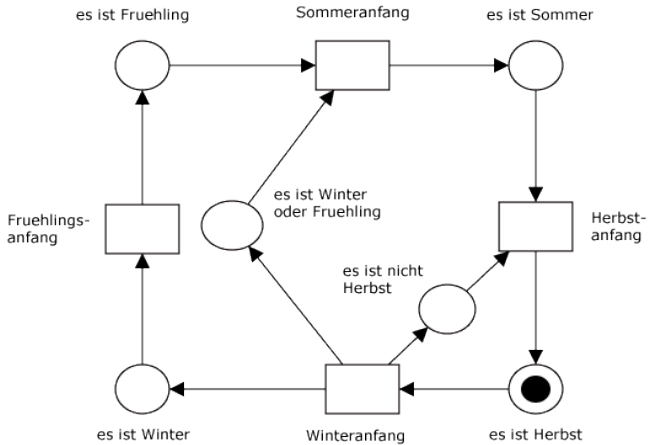
Erweiterung des Beispiels



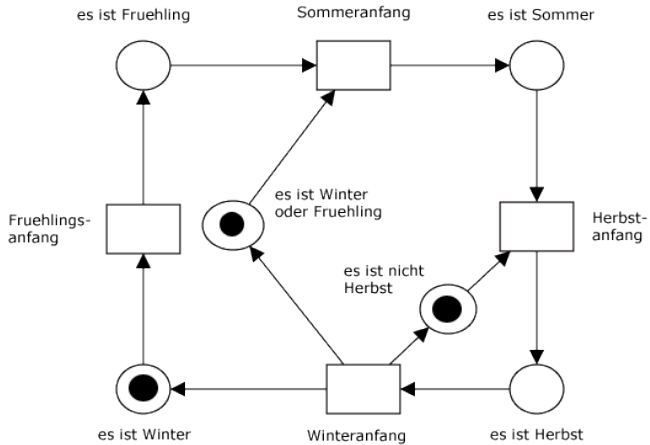
Erweiterung des Beispiels



Erweiterung des Beispiels

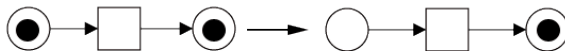


Erweiterung des Beispiels



Konflikte/Probleme

- Kontaktsituation (**kein Übergang möglich**):



Situation:



Dann:

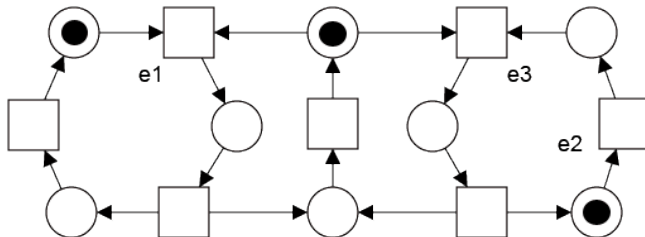


oder



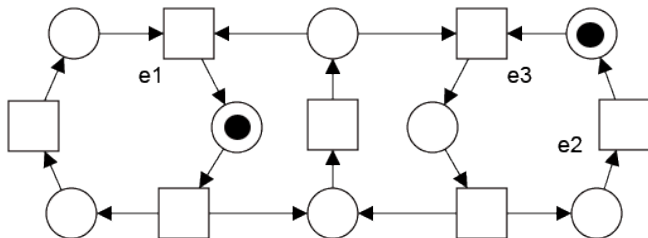
Konflikte/Probleme

- **Konflikt:** aktivierte Ereignisse nur alternativ möglich, weil gemeinsame Vor- bzw. Nachbedingungen
- betrachte Situation:



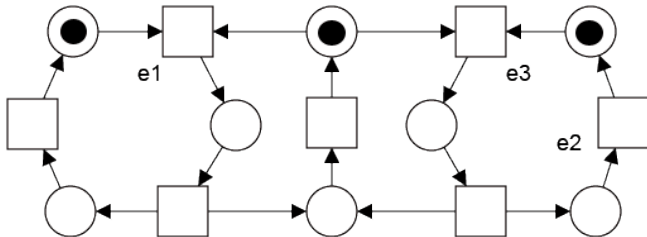
Konflikte/Probleme

- e1 tritt vor e2 ein \Rightarrow **kein Konflikt**



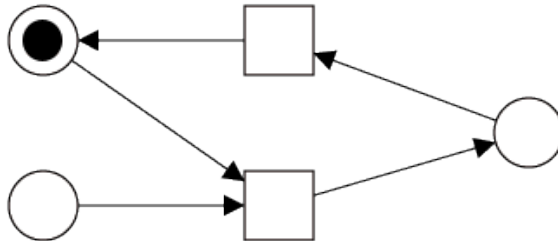
Konflikte/Probleme

- e2 tritt vor e1 ein \Rightarrow **Konflikt e1/e3** \Rightarrow konfuse Situation



Konflikte/Probleme

- **Deadlock:** kein Ereignis im Netz aktiviert



Stellen-Transitions-Netze

Definition S/T-Netz

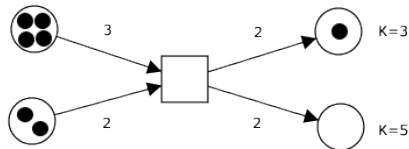
Definition

Ein Stellen-Transitions-Netz ist ein 6-Tupel **STN** = **(S, T, F, K, E, M)**, welches die folgenden Bedingungen erfüllt:

- (i) S ist eine Menge von Stellen.
- (ii) T ist eine Menge von Transitionen.
- (iii) S und T sind disjunkt.
- (iv) $F \subseteq (S \times T) \cup (T \times S)$ ist eine Menge von Kanten.
- (v) $K : [S \mapsto \mathbb{N} \cup \{\omega\}]$ ist eine Kapazitätsfunktion.
- (vi) $E : [F \mapsto \mathbb{N}_+]$ ist eine Kantenausdrucksfunktion.
- (vii) $M : [S \mapsto \mathbb{N} \cup \{\omega\}]$ ist eine Initialisierungsfunktion.
- (viii) $\forall s \in S : M(s) \leq K(s)$

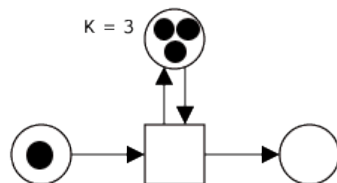
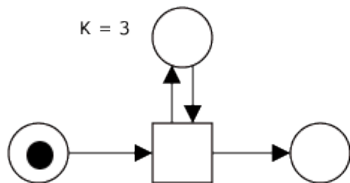
Schalten von Transitionen

- eine Transition $t \in T$ ist aktiviert, wenn:
 - $\forall s \in \bullet t$: Markenanzahl in s größer bzw. gleich Wert an Kante
 - $\forall s \in t \bullet$: Markenanzahl in s plus Wert an Kante dürfen Kapazität von s nicht überschreiten
- Transition aktiviert:



Schalten von Transitionen

- Transitionen nicht aktiviert:

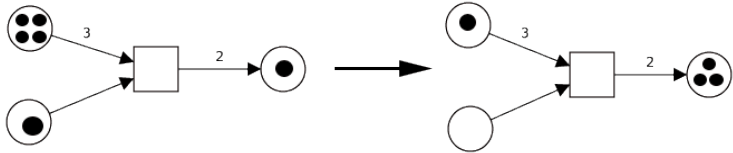


Schalten einer Transition

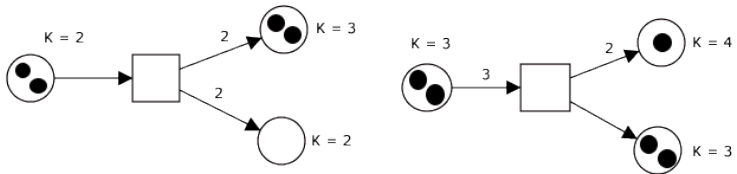
- Folgemarkierung für aktiviertes $t \in T$:
 - falls $s \in \bullet t \setminus t \bullet$: Kantenwert von Markenanzahl in s abziehen
 - falls $s \in t \bullet \setminus \bullet t$: Kantenwert zu Markenanzahl in s addieren
 - falls $s \in t \bullet \cap \bullet t$: Kantenwert erst addieren und dann abziehen zu/von Marken in s

Beispiele

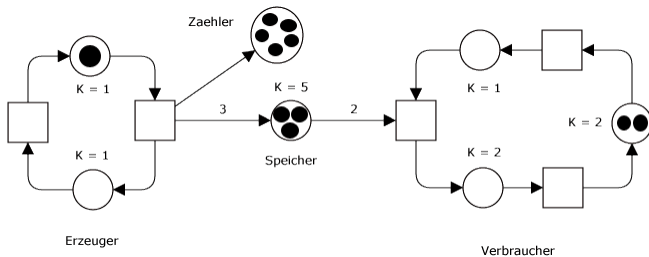
- Schalten einer Transition:



- kein Übergang möglich:



Beispiel: Erzeuger/Verbraucher-System



- Speicher hat maximal 5 Marken
- Erzeuger stellt stets 3 Marken her
- nur ein Verbraucher kann auf Speicher zugreifen
- Verbraucher entnimmt zwei Marken aus Speicher
- Produktionsschritte werden gezählt

High-Level-Netze

Eigenschaften

- Low-Level: nur eine Art von Marken
- High-Level: verschiedene Marken (unterscheidbar)
- **Vorteil:** kleineres Netz für gleiches System
- **Nachteil:** oftmals keine automatische Analyse mehr möglich

gefärbte Petrinetze

Einführung

- eingeführt von Kurt Jensen
- Erweiterung von S/T-Netzen
- extra Beschreibungssprache: CPN ML
- jedes CPN lässt sich in S/T-Netz umformen

allgemeines Prinzip

- Marken sind gefärbt (unterscheidbar)
- Stellen enthalten sog. Multimenge der Marken
- Transitionen schalten je nach Farbe unterschiedlich
- Kurt Jensen:

S/T-Netz: Assembler \Leftrightarrow CPN: C++

Definition CPN

Definition

Ein gefärbtes Petrinetz ist ein 8-Tupel **CPN** = $(\Sigma, S, T, F, C, K, E, M)$, welches die folgenden Bedingungen erfüllt:

- (i) Σ ist eine Menge von Typen (Farbmenge).
- (ii) S ist eine Menge von Stellen.
- (iii) T ist eine Menge von Transitionen.
- (iv) S und T sind disjunkt.
- (v) $F \subseteq (S \times T) \cup (T \times S)$ ist eine Menge von Kanten.
- (vi) $C : [S \mapsto \Sigma]$ ist eine Typfunktion.
- (vii) $K(t)$ ist eine Wächterfunktion ($t \in T$).
- (viii) $E(f)$ ist eine Kantenausdrucksfunktion ($f \in F$).
- (ix) $M(s)$ ist eine Initialisierungsfunktion ($s \in S$).

Unterschiede zu S/T-Netz

- neu:
 - Σ : Typmenge
 - $C(s)$: jeder Stelle wird Typ zugewiesen (Typfunktion)
- verändert:
 - $K(t)$: Bedingungen auf Transitionen
 - $E(f)$: auch Ausdrücke erlaubt (z.B. Funktionen, Variablen)
 - $M(s)$: an Typen angepasst

Schalten von Transitionen

- Voraussetzung:
 - Wächterfunktion muss für Transition erfüllt sein
 - Marken an eingehenden Kantenausdrücken müssen gültig gebunden sein
- nach Schaltung:
 - Marken an Kantenausdrücken eingehender Kanten: werden aus Vorbereich entfernt
 - Marken an Kantenausdrücken ausgehender Kanten: kommen in den Nachereich

Beispiel: 5 Philosophen

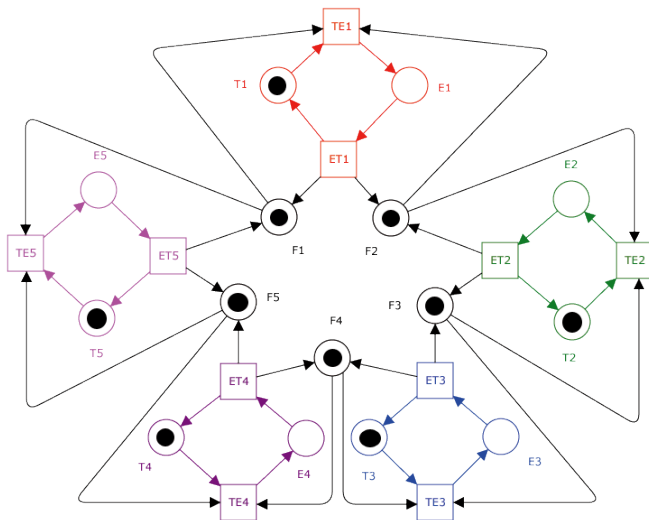
- 5 Philosophen sitzen an einem runden Tisch, eine Schüssel Reis in der Mitte
- zwischen je 2 Philosophen liegt ein Stäbchen
- Philosophen essen oder denken
- zum Essen werden zwei Stäbchen benötigt
- also: nie zwei Nachbarn können gleichzeitig essen

Modellierung des Beispiels

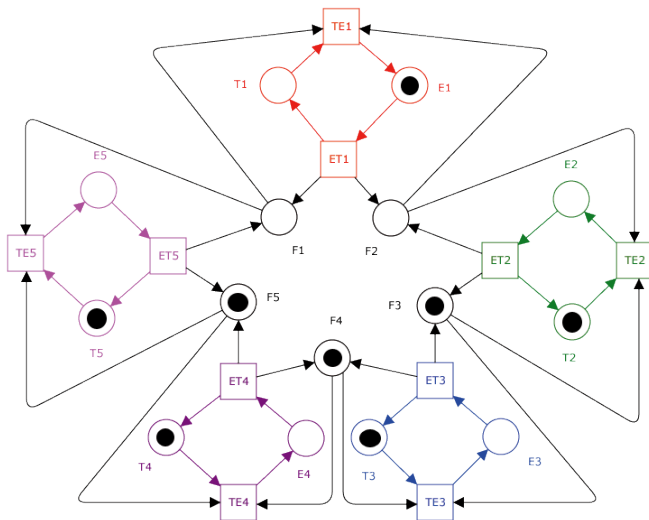
- viele verschiedene Tools zur Modellierung und zur Analyse
- ausgewähltes Tool:

CPN Tools

5 Philosophen als S/T-Netz



5 Philosophen als S/T-Netz








5 Philosophen als S/T-Netz

- als S/T-Netz:
 - 15 Stellen
 - 10 Transitionen
 - 40 Kanten

- als CPN:
 - 3 Stellen
 - 2 Transitionen
 - 6 Kanten

Referenzen

Referenzen & Literatur

-  *W. Reisig: Petrinetze - Eine Einführung*
-  *K. Jensen: Coloured Petri Nets Band 1+2*
-  http://www.daimi.au.dk/~kjensen/papers_books/rec_papers_books.html
-  <http://www.fh-augsburg.de/informatik/projekte/emiel/petrinetze/>
-  <http://www.informatik.uni-hamburg.de/TGI/PetriNets/>